

# PROBLEMAS RESUELTOS DE MATEMÁTICA FINANCIERA

Indice

1. Problemas de Interés Simple
2. Problemas de Descuento
3. Transformación de Tasas
4. Problemas de Interés Compuesto
5. Problemas de Anualidades Vencidas
6. Problemas de Anualidades Anticipadas
7. Problemas de Anualidades Diferidas
8. Problemas de Rentas Perpetuas
9. Problemas de Amortización
10. Problemas de Fondo de Amortización
11. Bibliografía

## 1. PROBLEMAS DE INTERÉS SIMPLE

2.

### Fórmulas de Interés Simple

$$I = C * t * i$$

$$VF = C (1 + i * t)$$

$$C = VF (1 + i * t)^{-1}$$

$$VF = C + I$$

I = interés; VF = valor futuro; C = Capital; i = tasa.

Calcular el interés simple comercial de:

a. \$2.500 durante 8 meses al 8%.  
C = \$2.500                      t = 8 meses                      i = 0,08

$$I = 2.500 * 8 * 0.08 = \$133,33 \text{ Respuesta}$$

b. \$60.000 durante 63 días al 9%.  
I = \$60.000                      t = 63 días                      i = 0,09

$$I = 60.000 * 63 * 0.09 = \$ 945 \text{ Respuesta}$$

c. \$12.000 durante 3 meses al 8½ %.  
C = 12.000                      t = 3 meses                      i = 0,085

$$I = 12.000 * 3 * 0.085 = \$ 255 \text{ Respuesta}$$

d. \$15.000 al 10% en el tiempo transcurrido entre el 4 de abril y el 18 de septiembre. Del mismo año.  
C = \$15.000                      i = 0,10                      t = 167 días

$$I = 15.000 * 0.10 * 167 = \$ 695,83 \text{ Respuesta}$$

Calcular el interés simple comercial de:

a. \$5.000 durante 3 años 2 meses 20 días al 0,75% mensual.

C = 5.000                      i = 0,0075                      t = 116 meses

$$3 \text{ años} * 12 \text{ meses} = 36 \text{ meses} + 2 \text{ meses} = 38 \text{ meses} + \left( \frac{20 \text{ días} * 1 \text{ mes}}{30 \text{ días}} \right) = 116 \text{ meses}$$

$$I = 5.000 * 38,67 * 0,0075 = 1.450 \text{ Respuesta}$$

Nota: Fíjese que en este ejercicio la tasa esta expresa de en meses por lo que debe transformarse el tiempo también a meses

**b.** \$8.000 durante 7 meses 15 días al 1,5% mensual.

$$C = \$8000 \quad t = 7,5 \quad i = 0,015$$

$$7 \text{ meses} + 15 \text{ días} * \frac{1 \text{ mes}}{30 \text{ días}} = 7,5 \text{ meses}$$

$$I = 8.000 * 7,5 * 0,015 = \$900. \text{ Respuesta}$$

Un señor pago \$2.500,20 por un pagaré de \$2.400, firmado el 10 de abril de 1996 a un con 4 1/2 % de interés. ¿En qué fecha lo pagó?

$$VF = 2.500,20$$

$$C = 2.400$$

$$i = 0,045$$

$$t = ?$$

$$VF = C (1 + i * t)$$

$$2.500,20 = 2400 (1 + 0,045 * t)$$

$$0,04175 = 0,045 t$$

$$t = 0,9277 \text{ años Respuesta } 10 \text{ de marzo de } 1997$$

Un inversionista recibió un pagaré por valor de \$120.000 a un interés del 8% el 15 de julio con vencimiento a 150 días. El 20 de octubre del mismo año lo ofrece a otro inversionista que desea ganar el 10%. ¿Cuánto recibe por el pagaré el primer inversionista?

$$VF = 120.000 \left( 1 + \frac{0,08 * 150}{360} \right) = 124.000$$

$$124.000 \left( 1 + \frac{0,1 * 53}{360} \right)^{-1} = 122.000,93 \text{ Respuesta}$$

Una persona debe cancelar \$14.000 a 3 meses, con el 8% de interés. Si el pagaré tiene como cláusula penal que, en caso de mora, se cobre el 10% por el tiempo que exceda al plazo fijado ¿qué cantidad paga el deudor, 70 días después del vencimiento?

$$VF = 14.000 \left( 1 + \frac{0,08 * 3}{12} \right) = 14.280 \text{ Valor de vencimiento}$$

$$VF = 14.280 \left( 1 + \frac{0,1 * 70}{360} \right) = 14.557,67 \text{ respuesta - valor de mora.}$$

Una persona descuenta el 15 de mayo un pagaré de \$ 20.000 con vencimiento para el 13 de agosto y recibe & 19.559,90. ¿A qué tasa de descuento racional o matemático se le descontó el pagaré?

$$VF = VP (1 + i * t)$$

$$20.000 = 19.559,90 \left( 1 + i * \frac{90}{360} \right)$$

$$i = 0,09 \rightarrow 9\% \text{ Respuesta}$$

Una persona debe \$20.000 con vencimiento a 3 meses y \$16.000 con vencimiento a 8 meses. Propone pagar su deuda mediante dos pagos iguales con vencimiento a 6 meses y un año, respectivamente. Determine el valor de los nuevos pagarés al 8% de rendimiento (tómese como fecha focal dentro de un año).

$$Vf_1 = 20.000(1 + 0,08 * \frac{9}{12}) = 21.200$$

$$Vf_2 = 16.000(1 + 0,08 * \frac{4}{12}) = 16.426,67$$

$$\text{Deuda} = 21.200 + 16.426,67$$

$$\text{Deuda} = 37.626,67$$

Pagos

$$P_1 = x (1 + 0,08 * \frac{6}{12}) = 1,04 x$$

$$P_2 = x$$

$$\text{Pagos} = P_1 + P_2$$

$$\text{Pagos} = 2,04 x$$

$$\text{Deuda} = \text{Pagos}$$

$$37.626,67 = 2,04 x$$

Valor de los pagarés 18.444,45 cada uno /Respuesta

Nota: En este problema como en todos los similares debe llevarse los valores de las deudas a la fecha focal, en este caso 12 meses, para poder efectuar operaciones sobre estos valores.

## 2. PROBLEMAS DE DESCUENTO

### Formulas para Descuento Real

$$D = VP * t * d$$

$$VN = VP + D$$

$$VN = VP (1 + d * t)$$

$$VP = \frac{VN}{1 + d * t}$$

Las formulas son iguales a las de interés simple he aquí sus equivalencias.

$i = d$  tanto por ciento/tasa de descuento

$I = D$  descuento

$VF = VN$  valor nominal

$C = VP$  valor presente

### Formulas de Descuento Comercial

$$D = VP * t * d$$

$$VN = VP + D$$

$$VN = VP (1 + d * t)$$

$$VP = \frac{VN}{1 + d * t}$$

Determinar el valor líquido de los pagarés, descontados en un banco a las tasas y fechas indicadas a continuación:

a. \$20.000 descontados al 10%, 45 días de su vencimiento.

$$20.000(1 - 0,1 * \frac{45}{360}) = 19.750 \text{ Respuesta}$$

b. \$18.000 descontados al 9%, 2 meses antes de su vencimiento.

$$18.000(1-0.09 \cdot \frac{2}{12})=17.730 \text{ Respuesta}$$

c. \$14.000 descontados al 8% el 15 de junio, si su fecha de vencimiento es para el 18 de septiembre del mismo año.

$$14.000(1-0.08 \cdot \frac{95}{360})=13.704,44 \text{ Respuesta}$$

d. \$10.000 descontados al 10% el 20 de noviembre, si su fecha de vencimiento es para el 14 de febrero del año siguiente.

$$10.000(1-0.1 \cdot \frac{86}{360})=9.761,11 \text{ Respuesta}$$

## 2.2. Alguien vende una propiedad por la que recibe los siguientes valores el 9 de julio de cierto año:

a. \$20.00 de contado

b. Un pagaré por \$20.000, con vencimiento el 9 de octubre del mismo año.

c. Un pagaré por \$30.000, con vencimiento el 9 de diciembre del mismo año.  
Si la tasa de descuento bancario en la localidad es del 9%, calcular el valor real de la venta.

a. 20.000 contado

$$b. 20.000(1-0.09 \cdot \frac{92}{360})=19.540$$

$$c. 30.000(1-0.09 \cdot \frac{153}{360})=28.852,5$$

$$\text{Total} = 20.000 + 19.540 + 28.852,5 = \$68.392,50 \text{ Respuesta}$$

Un pagaré de \$10.000 se descuentan al 10% y se reciben del banco \$9.789.

Calcular la fecha de vencimiento del pagaré.

$$10.000=9.789 (1+0.1 \cdot t)$$

$$t = 0,21 \text{ años}$$

$$0,21 \text{ años} \cdot 12 \text{ meses} = 2,52 \text{ meses} \text{ Respuesta}$$

$$1 \text{ año}$$

El Banco Ganadero descuenta un pagaré por \$80.000 al 10%, 90 días antes de su vencimiento, 5 días después lo redescuenta en otro banco a la tasa del 9%.

Calcular la utilidad del Banco Ganadero.

$$80.000(1-0.1 \cdot \frac{90}{360})=78.000$$

$$80.000(1-0.09 \cdot \frac{75}{360})= 78.500$$

$$\text{Utilidad } 78.500-78.000= 500 \text{ Respuesta}$$

¿Qué tasa de descuento real se aplicó a un documento con valor nominal de 700 dólares, si se descontó a 60 días antes de su vencimiento y se recibieron 666,67 dólares netos?

$$700=666,67(1 + i \cdot \frac{60}{360})$$

$$i = 0.30 \rightarrow 30\% \text{ Respuesta}$$

¿Cuál es el valor nominal de un pagaré por el cual se recibieron 146,52 dólares, si se descontó comercialmente a un tipo de 49%, 85 días antes de su vencimiento?

$$146,52 = VF (1 - 0,49 \cdot \frac{85}{360})$$

$$VF = 165,68 \text{ Respuesta.}$$

### 3. TRANSFORMACIÓN DE TASAS

#### Método de igualación

Del 18% efectivo trimestral encuentre la tasa nominal trimestral capitalizable mensualmente

$$(1 + 0,18)^4 = (1 + \text{ntnm})^{12/3}$$

T. nominal trimestral capitalizable mensualmente = 0,1717 → 17,17% R.

Del 24% nominal anual capitalizable anualmente, encuentre la tasa nominal trimestral capitalizable semestralmente.

$$(1 + 0,24)^2 = (1 + \text{ntcs} * 2)^{2/2}$$

Tasa nominal trimestral capitalizable semestralmente = 5,6 % Respuesta.

Del 12% nominal anual capitalizable trimestralmente, encuentre la tasa nominal semestral capitalizable trimestralmente.

$$(1 + 0,12)^4 = (1 + \text{nsct})^{4/2}$$

Tasa nominal semestral capitalizable trimestralmente = 0,06 → 6% R.

Del 22% efectivo semestral, encuentre la tasa efectiva bimensual.

$$(1 + 0,22)^2 = (1 + e b)^{2/2}$$

Tasa efectiva bimensual = 0,06852 → 6,85% Respuesta.

Del 30% nominal bimensual capitalizable semestralmente, encuentre la tasa nominal trimestral capitalizable anualmente.

$$(1 + 0,30 * 2)^2 = (1 + \text{ntca})^{2/3}$$

Tasa nominal trimestral capitalizable anualmente = 0,6525 → 65,25% R.

Del 52% nominal anual capitalizable anualmente, encuentre la tasa nominal trimestral capitalizable semestralmente.

$$(1 + 0,52)^2 = (1 + \text{ntcs} * 2)^{2/2}$$

Tasa nominal capitalizable semestralmente = 0,1164 → 11,64% Resp.

## 4. PROBLEMAS DE INTERÉS COMPUESTO

### Formulas de Interés Compuesto:

$$M = C (1 + i)^n$$

$$C = M (1 + i)^{-n}$$

M = monto o también llamado VF; C = capital; i = tasa; n = tiempo

Hallar la cantidad que es necesario colocar en una cuenta que paga el 15% con capitalización trimestral, para disponer de 20.000 al cabo de 10 años.

$$i = 0,15 \text{ efectiva trimestral}$$

$$n = 10 \text{ años}$$

$$M = 20.000$$

$$C = ?$$

$$C = 20.000 (1 + 0,15)^{-10(4)}$$

$$C = 4.586,75 \text{ Respuesta}$$

¿Cuántos meses deberá dejarse una póliza de acumulación de \$2.000 que paga el 3% anual, para que se convierta en \$7.500?

$$n = ?$$

$$C = 2.000$$

$$i = 0,03$$

$$M = 7.500$$

$$7.500 = 2.000 (1 + 0,03)^n$$

$$\ln 15/4 = n \ln 1,03$$

$$n = 44,71 \text{ años}$$

$$44,71 \text{ años} * 12 \text{ meses} = 536,52 \text{ meses Respuesta.}$$

Hallar el valor futuro a interés compuesto de \$100, para 10 años:

a. al 5% efectivo anual

$$M = 100 (1 + 0,05)^{10} = 162,89 \text{ Respuesta}$$

b. al 5% capitalizable mensualmente

$$M = 100 (1 + 0,05)^{10(12)} = 164,20 \text{ Respuesta}$$

c. al 5% capitalizable trimestralmente

$$M = 100 (1 + 0,05)^{10(4)} = 164,36 \text{ Respuesta}$$

d. al 5% capitalizable semestralmente

$$M = 100 (1 + 0,05)^{10(2)} = 164,86 \text{ Respuesta}$$

Hallar el valor futuro de \$20.000 depositados al 8%, capitalizable anualmente durante 10 años 4 meses.

$$VF = 20.000(1 + 0,08)^{10(4/12)} = 44.300,52 \text{ Respuesta}$$

¿Qué tasa capitalizable semestralmente es equivalente al 8%, capitalizable trimestralmente?

$$(1 + 0,08)^{4/2} = (1 + n.c.s)^{2/2}$$

$$i = 0,0808 \rightarrow 8,08\% \text{ Respuesta}$$

Hallar la tasa nominal convertible semestralmente, a la cual \$10.000 se convierten en \$12.500, en 5 años.

$$12.500 = 10.000 (1 + i)^{10}$$

$$i = 0,0451 \rightarrow 4,51\% \text{ Respuesta}$$

¿Cuántos años deberá dejarse un depósito de \$6.000 en una cuenta de ahorros que acumula el 8% semestral, para que se conviertan en \$10.000?

$$10.000 = 6.000 (1 + 0,08)^n$$

$$n = 13,024 / 2$$

$$n = 6,512 \text{ años Respuesta}$$

¿Qué es más conveniente: invertir en una sociedad maderera que garantiza duplicar el capital invertido cada 10 años, o depositar en una cuenta de ahorros que ofrece el 6% capitalizable trimestralmente?

$$M = 2$$

$$C = 1$$

$$2 = 1(1 + i)^{10}$$

$$i = 7,17\% \text{ sociedad maderera}$$

-----

$$M = 1(1 + 0,06)^4$$

$$M = 1,8140 \text{ no duplico}$$

Respuesta es más conveniente la sociedad maderera

Una inversionista ofreció comprar un pagaré de \$120.000 sin interés que vence dentro de 3 años, a un precio que le produzca el 8% efectivo anual; calcular el precio ofrecido.

$$C = 120.000(1 + 0,08)^{-3}$$

$$C = 95.259,87 \text{ Respuesta}$$

Hallar el VF a interés compuesto de \$20.000 en 10 años, a la tasa del 5% de interés. Comparar el resultado con el monto compuesto al 5%, convertible mensualmente.

$$VF = 20.000(1 + 0,05)^{10} = 32.577,89 \text{ Respuesta}$$

$$VF = 20.000(1 + 0,05)^{120} = 32.940,19 \text{ convertible mensualmente Resp.}$$

## 5. PROBLEMAS DE ANUALIDADES VENCIDAS

### Formulas de Anualidades Vencidas

$$F = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] = \text{Valor futuro}$$

$$P = A \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] = \text{Valor presente}$$

F = Valor futuro; A = anualidad; n = tiempo

Calcular el valor futuro y el valor presente de las siguientes anualidades ciertas ordinarias.

(a) \$2.000 semestrales durante 8 ½ años al 8%, capitalizable semestralmente.

$$F = 2.000 \left[ \frac{(1 + 0,04)^{17} - 1}{0,04} \right] = 47.395,07 \text{ valor futuro}$$

$$P = 2.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,04)^{-17}}{0,04} \right] = 24.331,34 \text{ valor presente}$$

(b) \$4.000 anuales durante 6 años al 7,3%, capitalizable anualmente.

$$F = 4.000 \left[ \frac{(1 + 0,073)^6 - 1}{0,073} \right] = 28.830,35 \text{ valor futuro}$$

$$P = 4.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,073)^{-6}}{0,073} \right] = 18.890,85 \text{ valor presente}$$

(c) \$200 mensuales durante 3 años 4 meses, al 8% con capitalización mensual.

$$F = 200 \left[ \frac{(1 + 0,0067)^{40} - 1}{0,0067} \right] = 9.133,50 \text{ valor futuro}$$

$$P = 200 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0067)^{-40}}{0,0067} \right] = 7.001,81 \text{ valor presente}$$

Calcular el valor de contado de una propiedad vendida en las siguientes condiciones: \$20.000 de contado; \$1.000 por mensualidades vencidas durante 2 años y 6 meses y un último pago de \$2.500 un mes después de pagada la última mensualidad. Para el cálculo, utilizar el 9% con capitalización mensual.

$$i = 0,09/12 = 0,0075$$

$$P = 1.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0075)^{-30}}{0,0075} \right] = 26.775,08$$

$$2.500(1 + 0,0075)^{-31} = 1.983,09$$

$$26.775,08 + 1.983,09 + 20.000 = 48.758,17 \text{ Respuesta.}$$

¿Cuál es el valor de contado de un equipo comprado con el siguiente plan: \$14.000 de cuota inicial; \$1.600 mensuales durante 2 años 6 meses con un último pago de \$2.500, si se carga el 12% con capitalización mensual?

$$i = 0,12/12 = 0,01$$

$$P = 1.600 \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-30}}{0,01} \right] = 41.292,33$$

$$2.500(1 + 0,01)^{-31} = 1.836,44$$

$$41.292,33 + 1.836,44 + 14.000 = 57.128,78 \text{ Respuesta}$$

Una mina en explotación tiene una producción anual de \$8'000.000 y se estima que se agotará en 10 años. Hallar el valor presente de la producción, si el rendimiento del dinero es del 8%.

$$P = 8.000.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,08)^{-10}}{0,08} \right] = 53.680.651,19 \text{ respuesta.}$$

En el ejercicio 5.4. Se estima que al agotarse la mina habrá activos recuperables por el valor de \$1'500.000. Encontrar el valor presente, incluidas las utilidades, si estas representan el 25% de la producción.

$$1.500.000(1 + 0,08)^{-10} = 694.790,23$$

$$53.680.651,19 * 0,25 = 13.420.162,8$$

$$694.790,23 + 13420.162,80 = 14.114.953,03 \text{ Respuesta}$$



En el momento de nacer su hija, un señor depositó \$1.500 en una cuenta que abona el 8%; dicha cantidad la consigna cada cumpleaños. Al cumplir 12 años, aumento sus consignaciones a \$3.000. Calcular la suma que tendrá a disposición de ella a los 18 años.

$$F = 1.500 \left[ \frac{(1 + 0,08)^{11} - 1}{0,08} \right] = 24.968,23$$

$$24.968,23(1 + 0,08)^7 = 42.791,16$$

$$F = 3.000 \left[ \frac{(1 + 0,08)^7 - 1}{0,08} \right] = 26.768,41$$

$$1.500(1 + 0,08)^{18} = 5994,02$$

$$42.791,16 + 26.768,41 + 5994,02 = 75.553,60 \text{ Respuesta}$$

Una persona deposita \$100 al final de cada mes en una cuenta que abona el 6% de interés, capitalizable mensualmente. Calcular su saldo en la cuenta, al cabo de 20 años.

$$0,06 / 12 = 0,005 \text{ tasa mensual}$$

$$F = 100 \left[ \frac{(1 + 0,005)^{240} - 1}{0,005} \right] = 46.204,09 \text{ Respuesta.}$$

## 6. PROBLEMAS DE ANUALIDADES ANTICIPADAS

### Formulas de Anualidades Anticipadas

$$F = A \left[ \frac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right] = \text{Valor futuro}$$

$$P = A \left[ \frac{1 + 1 - (1 + i)^{-n+1}}{i} \right] = \text{Valor presente}$$

$$F = \text{Valor futuro}; A = \text{anualidad}; n = \text{tiempo}$$

Calcular el valor de Contado de una propiedad vendida a 15 años de plazo, con pagos de \$3.000 mensuales por mes anticipado, si la tasa de interés es del 12% convertible mensualmente.

$$P = 3.000 \left[ \frac{1 + 1 - (1 + 0,01)^{-180+1}}{0,01} \right] = 252.464,64$$

Una persona recibe tres ofertas para la compra de su propiedad: (a) \$400.000 de contado; (b) \$190.000 de contado y \$50.000 semestrales, durante 2  $\frac{1}{2}$  años (c) \$20.000 por trimestre anticipado durante 3 años y un pago de \$250.000, al finalizar el cuarto año. ¿Qué oferta debe escoger si la tasa de interés es del 8% anual?

Oferta b

$$P = 50.000 \left[ \frac{1 + 1 - (1 + 0,04)^{-4}}{0,04} \right] = 231.494,76 + 190.000 = 421.494,76$$

Oferta c

$$P = 20.000 \left[ \frac{1 + 1 - (1 + 0,02)^{-11}}{0,02} \right] = 215.736,96$$

$$25.000(1 + 0,08)^{-4} = 183.757,46$$

$$215.736,96 + 183.757,46 = 399.494,42$$

Respuesta = Oferta b es la más conveniente.

¿Cuál es el valor presente de una renta de \$500 depositada a principio de cada mes, durante 15 años en una cuenta de ahorros que gana el 9%, convertible mensualmente?

$$P = 500 \left[ \frac{1 + 1 - (1 + 0,0075)^{-179}}{0,0075} \right] = 49.666,42 \text{ Respuesta.}$$

¿Qué suma debe depositarse a principio de cada año, en un fondo que abona el 6% para proveer la sustitución de los equipos de una compañía cuyo costo es de \$2.000.000 y con una vida útil de 5 años, si el valor de salvamento se estima en el 10% del costo?

$$2'000.000 * 0.10 = 200.000$$

$$2'000.000 - 200.000 = 1'800.000$$

$$1'800.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,06)^6 - 1}{0,06} - 1 \right]$$

$$A = 301.239,17 \text{ Respuesta.}$$

Sustituir una serie de pagos de \$8.000 al final de cada año, por el equivalente en pagos mensuales anticipados, con un interés del 9% convertible mensualmente.

$$8.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,0075)^{13} - 1}{0,0075} - 1 \right]$$

$$A = 634,85 \text{ Respuesta.}$$

Un empleado consigna \$300 al principio de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 8%, convertible mensualmente. ¿En cuánto tiempo logrará ahorrar \$30.000?

$$0,08 = 0,0067$$

$$12$$

$$30.000 = 300 \left[ \frac{(1 + 0,08)^{n+1} - 1}{0,08} - 1 \right]$$

$$n = 76,479 \text{ meses}$$

## 7. PROBLEMAS DE ANUALIDADES DIFERIDAS

### Formulas para anualidades diferidas

Son las mismas que las anualidades vencidas y anticipadas salvo que estas tienen un periodo de gracia.

Una compañía adquiere unos yacimientos de mineral; los estudios de ingeniería muestran que los trabajos preparatorios y vías de acceso demorarán 6 años. Se estima que los yacimientos en explotación rendirán una ganancia anual de \$2.400.000. suponiendo que la tasa comercial es del 8% y que los yacimientos se

agotarán después de 15 años continuos de explotación, hállese el valor futuro de la renta que espera obtenerse.

$$VF = 2.400.000 \left[ \frac{(1 + 0,08)^{15} - 1}{0,08} \right]$$

$$VF = 6.516.503,43 \text{ Respuesta}$$

En el problema anterior, hállese el valor de utilidad que espera obtener, en el momento de la adquisición de los yacimientos.

$$VP = 2.400.000 \left[ 1 - \frac{(1 + 0,08)^{-15}}{0,08} \right]$$

$$VP = 20.542.748,85$$

$$20.542.748,85 (1 + 0,08)^{-6} = 12.945.416 \text{ Respuesta.}$$

Una compañía frutera sembró cítricos que empezaran a producir dentro de 5 años. La producción anual se estima en \$400.000 y ese rendimiento se mantendrá por espacio de 20 años. Hallar con la tasas del 6% el valor presente de la producción.

$$VP = 400.000 \left[ 1 - \frac{(1 + 0,06)^{-20}}{0,06} \right]$$

$$VP = 4587968,487 (1 + 0,06)^{-5} = 3428396,90$$

Alguien deposita \$100.000 en un banco, con la intención de que dentro de 10 años se pague, a él o a sus herederos, una renta de \$2.500, a principio de cada mes. ¿Durante cuántos años se pagará esta renta, si el banco abona el 6% convertible mensualmente?

$$VF = 100.000 (1 + 0,005)^{120} = 181.939,67$$

$$181939,67 = 2.500 \left[ \frac{1 + 1 - (1 + 0,005)^{-n+1}}{0,005} \right]$$

$$n = 90,13$$

$$\text{Respuesta} = 7 \text{ años } 7 \text{ meses}$$

Una deuda contraída al 8% nominal, debe cancelarse con 8 cuotas semestrales de \$20.000 c/u, con la primera obligación por pagar dentro de 2 años. Sustituirla por una obligación equivalente pagadera con 24 cuotas trimestrales, pagándose la primera de inmediato.

$$20.000 \left[ 1 + 1 - \frac{(1 + 0,04)^{-7}}{0,04} \right] (1+0,04)^{-4} = 119.707,7136$$

$$119.707,71 = A \left[ 1 + 1 - \frac{(1 + 0,02)^{-23}}{0,02} \right]$$

$$A = 6.204,97 \text{ Respuesta anualidades trimestrales}$$

## 8. PROBLEMAS DE RENTAS PERPETUAS

### Formulas de Rentas Perpetuas

$$P = \frac{A}{i}$$

$$P = \frac{A}{i} + \frac{A}{i}$$

$$CC = \frac{Co}{i} + \frac{Com}{i}$$

P = perpetuidad; A = anualidad; Co = costo inicial; CC = costo capitalizado;  
i = interés

Hallar el valor actual de una perpetuidad de \$5.000, cuyo primer pago se hará dentro de 6 meses, con tasa nominal del 12% convertible mensualmente

$$P = \frac{5.000}{0,01} = 500.000$$

$$M = 500.000(1 + 0,01)^{-5} = 475.732,84 \text{ Respuesta.}$$

Hallar el valor actual de una renta de \$156.000 por año vencido, suponiendo un interés de:

a. 6% efectivo

$$156.000 = \frac{A}{0,06} = 2'561.576,35 \text{ Respuesta}$$

b. 6% convertible semestralmente

$$156.000 = \frac{A}{0,03} [(1 + 0,03)^2 - 1]$$

$$A = 76.847,29$$

$$P = \frac{76.847,29}{0,03} = 2'561.576,35 \text{ Respuesta}$$

c. 6% convertible mensualmente.

$$156.000 = \frac{A}{0,005} [(1 + 0,005)^{12} - 1]$$

$$A = 12.646,36$$

$$P = \frac{12.646,36}{0,005} = 2'529.272,61 \text{ Respuesta}$$

Los exalumnos de una universidad deciden donarle un laboratorio y los fondos para su mantenimiento futuro. Si el costo inicial de \$200.000 y el mantenimiento se estima en \$35.000 anuales, hallar el valor de la donación, si la tasa efectiva es del 7%.

$$P = \frac{200.000}{0,07} + \frac{35.000}{0,07} = 700.000 \text{ Respuesta}$$

Para mantener en buen estado las carreteras vecinales, la junta vecinal decide establecer un fondo a fin de proveer las reparaciones futuras, que se estiman en \$300.000 cada 5 años. Hallar el valor del fondo, con la tasa efectiva del 6%.

$$300.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,06)^5 - 1}{0,06} \right]$$

$$A = 53.218,92$$

$$P = 53.218,92 = 886.982 \text{ Respuesta}$$

Calcular el costo capitalizado de un equipo industrial que cuesta \$800.000 y tiene una vida útil de 12 años, al final de los cuales debe remplazarse, con el mismo costo. Calcular con la tasa del 6%.

$$800.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,06)^{12} - 1}{0,06} \right]$$

$$A = 47.421,62$$

$$CC = 800.000 + 47421,62$$

$$CC = 1'590.360,39 \text{ Respuesta.}$$

En el problema anterior, calcular el costo capitalizado, suponiendo un valor de salvamento igual al 15% del costo original.

$$800.000 * 0.15 = 120.000$$

$$680.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,06)^{12} - 1}{0,06} \right]$$

$$A = 40.308,38$$

$$CC = 800.000 + 40.308,37$$

$$CC = 1'471.806,33 \text{ Respuesta}$$

Una industria recibe dos ofertas de cierto tipo de máquina, ambas de igual rendimiento. La primer oferta es por \$380.000 y las maquinas tiene una vida útil de 7 años; la segunda oferta es de \$510.000 por maquinas que tienen una vida útil de 10 años. Si el precio del dinero es el 6% efectivo, ¿qué oferta es más conveniente?

Primera oferta

$$380.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,06)^7 - 1}{0,06} \right]$$

$$A = 45.271,30$$

$$CC = 380.000 + 45.271,30$$

$$CC = 1'134.521,78 \text{ Respuesta}$$

Segunda Oferta

$$510.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,06)^{10} - 1}{0,06} \right]$$

$$A = 38692,66$$

$$CC = 510.000 + 38.692,66$$

$$CC = 1'154.877,65 \text{ Respuesta}$$

Respuesta = El CC de la primera oferta es menor en 20.355,86

## 9. PROBLEMAS DE AMORTIZACIÓN

### Formulas para anualidades diferidas

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = \text{Valor futuro}$$

$$P = A \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = \text{Valor presente}$$

F = Valor futuro; A = anualidad; n = tiempo

Nota: Son las mismas que las anualidades vencidas y anticipadas.

Una deuda de \$20.000 debe amortizarse con 12 pagos mensuales vencidos. Hallar el valor de estos, a la tasa efectiva del 8%, y elaborar el cuadro de amortización para los dos primeros meses.

$$(1+0,08)^{1/12} = (1+e.m)^{12/12}$$

$$i = 6,43 \cdot 10^{-3}$$

$$20.000 = A \left[ \frac{1 - (1 + 0,0064)^{-12}}{0,0064} \right]$$

$$A = 1.737,19 \text{ Respuesta}$$

Fecha	Periodo	Cuota	Interés	Amortización	Saldo
0	0	1.737,19	0	0	20.000
0	1	1.737,19	128,68	1.608,50	18.391,49
0	2	1.737,19	118,33	1.618,85	16.772,63
0	3	1.737,19	107,91	1.629,27	15.143,36
0	4	1.737,19	97,43	1.639,75	13.503,60
0	5	1.737,19	86,88	1.650,30	11.853,30
0	6	1.737,19	76,26	1.660,92	10.192,37
0	7	1.737,19	65,57	1.671,61	8.520,26
0	8	1.737,19	54,82	1.982,36	6.838,40
0	9	1.737,19	43,99	1.693,18	5.145,21
0	10	1.737,19	33,10	1.704,08	3.441,13
0	11	1.737,19	22,14	1.715,04	1.726,08
0	12	1.737,19	11,10	1.726,08	0

Una deuda de \$100.000 debe cancelarse con pagos trimestrales vencidos en 18 cuotas, con interés del 12% capitalizable semestralmente. Hallar el saldo insoluto, al efectuar el noveno pago.

$$(1+0,12)^{2/4} = (1+et)^{4/4}$$

$$100.000 = A \left[ \frac{1 - (1 + 0,029)^{-18}}{0,029} \right]$$

$$A = 7.244,03 \text{ Anualidad}$$

Para encontrar el valor del noveno pago

$$F = 7.244,03 \left[ \frac{(1 + 0,029)^9 - 1}{0,029} \right]$$

$$F = 73.462,00$$

$$M = 100.000 (1 + 0,029)^9 = 129.979,95$$

$$73.462,00 + 129.979,95 = 56.517,95 \text{ Respuesta Saldo insoluto al noveno pago.}$$

Una propiedad se vende en \$300.000, pagaderos así; \$100.000 al contado y el saldo en 8 cuotas iguales semestrales con interés del 10% convertible semestralmente.

Hallar los derechos del vendedor y del comprador, al efectuarse el quinto pago

$$300.000 - 100.000 = 200.000$$

$$200.000 = A \left[ \frac{1 - (1 + 0,05)^{-8}}{0,05} \right]$$

$$A = 30.944,36$$

$$F = 30.944,36 \left[ \frac{(1 + 0,05)^5 - 1}{0,05} \right]$$

$$F = 170.987,13$$

$$M = 200.000 (1 + 0,05)^5 = 255.256,31$$

$$\text{Derecho del Vendedor } 255.256,31 - 170.987,13 = 84.269,17$$

$$D. \text{ comprador} + 84.269,17 = 300.000$$

$$D \text{ comprador} = 215.730,83$$

¿Con cuantos pagos semestrales iguales y vencidos de \$9.500 se pagaría la adquisición de un terreno que cuesta \$29.540 si se carga una tasa anual de 34% convertible mensualmente?

Conversión de la tasa

$$(1 + 0,34)^6 = (1 + i.s.)^{12}$$

$$\text{Interés semestral} = 0,1825$$

$$29.540 = 9.500 \left[ \frac{1 - (1 + 0,1825)^{-n}}{0,1825} \right]$$

$$\ln 0,4325 = -n \ln(1,1825)$$

$$-0,838 = -n (0,1676)$$

$$n = 5 \text{ pagos semestrales Respuesta}$$

Determine el número de pagos necesarios para amortizar totalmente la compra a crédito de un automóvil que cuesta \$48.000 y se vende con un enganche de 45% y el resto a pagar en mensualidades vencidas de \$1.254,75 con interés al 39% convertible mensualmente.

$$\text{Enganche } 21.600$$

$$\text{Quedan } 26.400$$

$$i = 0,39$$

$$12$$

$$i = 0,0325$$

$$26.400 = 1254,75 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0325)^{-n}}{0,0325} \right]$$

$$n = 36 \text{ mensualidades Respuesta}$$

Una aspiradora se vende en \$499 al contado o mediante 4 pagos mensuales anticipados de \$135 ¿Cuál es la tasa efectiva mensual que se paga al adquirir ese aparato a crédito?

$$499 = 135 \left[ 1 + \frac{1 - (1 + i)^{-3}}{i} \right]$$

$$2,69 = 1 - \frac{(1 + i)^{-3}}{i}$$

Interpolación

$$\frac{0,06 - 0,05}{2,6730 - 2,7232} = \frac{0,06 - i}{2,6730 - 2,69}$$

$$0,00017 = 0,06 - i$$

$$0,0502$$

$$i = 0,05661$$

$$i = 5,66 \% \text{ Respuesta}$$

## 10. PROBLEMAS DE FONDO DE AMORTIZACIÓN

### Formulas para anualidades diferidas

$$F = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] = \text{Valor futuro}$$

$$P = A \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] = \text{Valor presente}$$

F = Valor futuro; A = anualidad; n = tiempo

Nota: Son las mismas que las anualidades vencidas y anticipadas.

10.1 Se establece un fondo de \$5.000 semestrales que abona el 6% capitalizable semestralmente. Hallar el valor acumulado en 5 años y elaborar el cuadro del fondo.

$$0,06 = 0,03$$

$$F = 5.000 \left[ \frac{(1 + 0,03)^{10} - 1}{0,03} \right] = 57.319,39$$

Fecha	Periodo	Cuota	Interés	Valor agregado al fondo	Saldo
0	0	0	0	0	0
0	1	5.000	0	5.000	5.000
0	2	5.000	150	5.150	10.150
0	3	5.000	304,5	5.304,5	15.454,5
0	4	5.000	463,63	5.463,63	20.918,13
0	5	5.000	627,54	5.627,54	26.545,67
0	6	5.000	796,37	5.796,37	32.342,04
0	7	5.000	970,26	5.970,26	38.312,31
0	8	5.000	1.149,36	6.149,36	44.461,68
0	9	5.000	1.333,85	6.333,85	50.795,53
0	10	5.000	1.523,86	6.523,86	57.319,39

Un artesano necesita reemplazar cada 5 años todas sus herramientas, cuyo valor es de \$10.000. ¿Qué depósito mensual debe hacer en una cuenta de ahorros que abona el 8%, capitalizable trimestralmente?



$$(1 + 0,08)^{4/12} = (1 + e.m)^{12/12}$$

$$4$$

Tasa efectiva mensual =  $6,622 * 10^{-3}$

$$10.000 = A [(1 + 6,622 * 10^{-3})^2 - 1]$$

$$6,622 * 10^{-3}$$

A = 136,28 Respuesta

Para cancelar una deuda de \$80.000 a 5 años plazos, se establecen reservas anuales en un fondo que abona el 6%; transcurridos dos años eleva sus intereses al 7%. Hallar las reservas anuales y hacer el cuadro de fondo

$$80.000 = A [(1 + 0,06)^5 - 1]$$

$$0,06$$

A = 14.191,71 Primeros dos años

$$F = 14.191,71 [(1 + 0,06)^2 - 1] = 29.234,92$$

$$0,06$$

M = 29234,92 (1 + 0,07)<sup>3</sup> = 35.814,04

$$44.185,95 = A [(1 + 0,07)^3 - 1]$$

$$0,07$$

A = 13.744,11 Los 3 últimos años.

Fecha	Periodo	Cuota	Interés	Valor agregado al fondo	Saldo
0	0	0	0	0	0
0	1	14.191,71	0	14.191,71	14.191,71
0	2	14.191,71	851,502	15.043,21	29.234,92
0	3	13.744,11	2.046,44	15.790,56	45.025,48
0	4	13.744,11	3.151,78	16.895,89	61.921,38
0	5	13.744,11	4.334,49	18.078,61	80.000

Un municipio emite obligaciones a 10 años de plazo por \$2.000.000 que devengan el 8% de interés. ¿Qué depósitos anuales debe hacer en un fondo que abona el 6% y que egreso anual tendrá el municipio hasta el pago de la deuda?

$$2.000.000 * 0,08 = 160.000$$

$$2.000.000 = A [(1 + 0,06)^{10} - 1]$$

$$0,06$$

A = 151.735,92 depósitos anuales

151.735,92 + 160.000 = 311735,92 Respuesta total egreso anual

Hallar la reserva anual en un fondo que paga el 7% de interés, para cancelar en 25 años una deuda de \$100.000.

$$100.000 = A [(1 + 0,07)^{25} - 1]$$

$$0,07$$

A = 1.518,05 depósitos anuales

Se deben pagar \$29.000 dentro de 12 meses por una deuda con anterioridad. Si para pagarla se decide constituir un fondo mediante depósitos bimestrales vencidos ¿cuál sería el importante de los mismos si se colocan en un instrumento de inversión que rinde el 26% convertible mensualmente?

$$(1 + 0,26)^{12/6} = (1 + i. \text{ bimestral})^{6/6}$$

$$i = 0,04380$$

$$29.000 = A \left[ \frac{(1 + 0,04380)^6 - 1}{0,04380} \right]$$

$$A = 4330,4922 \text{ Respuesta.}$$

Para pagar una deuda de \$5.400 que vence dentro de 5 meses se va a construir un fondo mediante depósitos mensuales anticipados. Si los depósitos se colocan en un fondo de inversiones que rinde el 32% anual convertible mensualmente, hallar su importe.

$$i = 0,32$$

$$i = 0,0266$$

$$5.400 = A \left[ \frac{(1 + 0,0266)^6 - 1}{0,0266} \right]$$

$$A = 997,32 \text{ Respuesta.}$$

Haga una tabla que muestre la forma en que amortizaría una deuda de \$15.000 contratada hoy y que debe pagarse en 3 meses con interés al 12% trimestral capitalizable mensualmente si se decide constituir un fondo mediante depósitos quincenales vencidos en una cuenta de inversiones que rinde el 2,7% mensual efectivo.

$$(1 + 0,027)^{12/24} = (1 + e. q.)^{24/24}$$

$$\text{Efectiva quincenal} = 0,0134$$

$$16.872,96 = A \left[ \frac{(1 + 0,0134)^6 - 1}{0,0134} \right]$$

$$A = 2719,34677 \text{ Respuesta.}$$

Fecha	Periodo	Cuota	Interés	Valor agregado al fondo	Saldo
0	0	0	0	0	0
0	1	2.719,34	0	2.719,34	2.719,34
0	2	2.719,34	36,46	2.755,81	5.475,16
0	3	2.719,34	73,42	2.792,76	8267,92
0	4	2.719,34	110,87	2.830,22	11.098,14
0	5	2.719,34	148,82	2.868,17	13.966,32
0	6	2.719,34	187,28	2.906,63	16.872,96

¿Cuál debe ser el importe de cada uno de 8 depósitos mensuales anticipados que se colocan en un fondo de inversión que rinde el 28,4% convertible mensualmente con el objeto de amortizar una deuda de \$8.888,89 que vence exactamente dentro de 8 meses?

$$8.888,89 = A \left[ \frac{(1 + 0,02375)^8 - 1}{0,02375} \right]$$

$$A = 998,29 \text{ Respuesta}$$